

L2 Mathématiques PMRC, Analyse dans \mathbf{R}^n

Devoir préparatoire No. 2, Nov 2019

Application inverse, points critiques

Aucun document n'est autorisé, usage de calculatrices interdit

1. Soit $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'application définie par

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + xyz \\ y + xy \\ z + 2x + 3z^2 \end{pmatrix}$$

(a) Calculer la matrice jacobienne de f et déterminer son rang en l'origine $x = y = z = 0$.

(b) Appliquer le théorème de l'application inverse pour déterminer si le système

$$\begin{cases} u(x, y, z) = x + xyz \\ v(x, y, z) = y + xy \\ w(x, y, z) = z + 2x + 3z^2 \end{cases}$$

est résoluble pour x, y, z en fonction de u, v, w dans un voisinage de $(u, v, w) = (0, 0, 0)$.

2. Soit $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ la fonction

$$f(x, y, z) = x^2y + xz^2 - \frac{5}{2}x^2 + yz.$$

Calculer ses points critiques et déterminer leur nature (max/min local, point de selle,...).

FIN