Q6. (a) C consiste des combinaisons des lignes de G

$$C = \{0000000, 1110101, 0110011, 0101100, 1000110, 1011001, 0011111, 1101010\}$$

$d = 3 \Rightarrow t = 1$

(b)

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[C_3 \leftrightarrow C_4]{C_2 \leftrightarrow C_6} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} I_3 & P \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \end{array} = \tilde{G}$$

$$\tilde{H} = \left(P^t \mid I_4 \right) = \left(\begin{array}{ccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[C_3 \leftrightarrow C_4]{C_2 \leftrightarrow C_6} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(c) $d = 3$ t plus grand entier $< \frac{d}{2}$, $t = 1$

(d) Syndromes

vecteur d'erreur	Syndromes $= He^t$
0000000	0000^t
1000000	1111^t ← 1ere colonne de H
0100000	0010^t ← 2 eme col. de H etc.
0010000	1000^t
0001000	0110^t
0000100	0100^t
0000010	1011^t
0000001	0001^t

(e) $Hr_1^t = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ n'est pas un syndrome donc pas corrigible

$Hr_2^t = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ pas un syndrome — pas corrigible

$Hr_3^t = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ pas un syndrome — pas corrigible.

Aucun vecteur est corrigible par la méthode des syndromes.

Q7. quelques remarques

- $R = \{0, 1, 5, 8, 12\}$ $\qquad i-j \in R \Leftrightarrow j-i \in R$

- Soit ijk un triangle rouge :

$$i-j,\ j-k,\ i-k \in R \setminus \{0\} \quad (\text{car } i \neq j)$$

Mais $(i-j)+(j-k) = i-k$ impossible par exemple $1+5=6 \notin R$.

- $\{0, i, j, k, l\}$ cinq sommets.

alors $i, j, k, l \notin R$ sinon $i-0 \in R$ etc et $0i$ serait rouge

si $i-j = \pm 1$ alors ij serait rouge - impossible

Quelles sont les possibilités ?