Cours 2 <u>Théorème</u> : $|C| = r$, C code t-correcteur avec paramètres (n, d) t.q. $d > \frac{n}{2}$, alors $r \leq \frac{2d}{2d-n}$

<u>Preuve</u> : Soit $A = (a_{ij})$ la $r \times n$-matrice dont les lignes sont les éléments de C

Soit $S = \sum_{\substack{u,v \\ u,v \in C \\ u \neq v}} d(u,v)$

Alors, par définition $d(u,v) \geq d$ $(u \neq v)$

$$\Rightarrow S \geq \binom{r}{2} d = \frac{r(r-1)}{2} d$$

Soient $t_0^{(i)}$, $t_1^{(i)}$ le nombre de fois 0 et 1 apparaissent en colonne i de A

Alors $t_1^{(i)} + t_0^{(i)} = r \quad \forall i$

En plus $S = \sum_{k \neq i} \sum_{j} |a_{ij} - a_{kj}| = \sum_{j} \sum_{k \neq i} |a_{ij} - a_{kj}|$

Par chaque j, $\sum_{k \neq i} |a_{ij} - a_{kj}|$ est le nombre de fois que deux lignes de A contient des différents coefficients en position j. Ce nombre égale $t_0^{(j)} t_1^{(j)}$

d'où $S = \sum_{j} t_0^{(j)} (r - t_0^{(j)})$

On considère la fonction $f(x) = x(r-x)$ $0 \leq x \leq r$

Son maximum : $f' = r - 2x$: $x = \frac{r}{2}$: $f = \frac{r^2}{4}$

d'où $t_0^{(j)} t_1^{(j)} \leq \frac{r^2}{4} \Rightarrow S \leq \frac{n r^2}{4}$

$$\Rightarrow \frac{r(r-1)d}{2} \leq \frac{n r^2}{4} \Rightarrow r\left(d - \frac{n}{2}\right) \leq d$$

$$\Rightarrow r \leq \frac{d}{d - \frac{n}{2}} = \frac{2d}{2d-n}.$$